Analysis

Interpretation der Ableitungsfunktion

Anleitung, wie man bestimmte Aufgaben [illegible] f ' lösen [illegible] …

Text 41125

5. Februar 2016

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.schule

Vorwort

Eine beliebte und wichtige Aufgabenstellung, die zunehmend auch in Abiturprüfungen auftaucht, ist die nach der Interpretation einer Ableitungsfunktion.
Um diese Aufgaben lösen zu können, muss man die Bedeutung einer Ableitungsfunktion kennen. Also sollten Monotonie, Krümmung und Wendepunkte gut verstanden sein.

Daher beginnt dieser Text mit einer Zusammenstellung dieser Fakten. Ohne deren Kenntnis kann man die gestellten Aufgaben kaum lösen.

Übrigens hier wird nicht gerechnet sondern nur interpretiert …

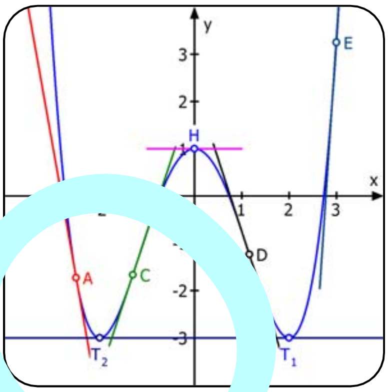
Weitere Aufgaben dieser Art findet man in den Texten 71161, 711 und 71163 („Funktionenkompetenz“).

Inhalt

Grundwissen über Ableitungsfunktionen

1. Tangentensteigungen

Die Ableitung einer Funktion ist selbst wieder eine Funktion. Man führt sie in der Schule mit dem Zweck ein, damit Tangentensteigungen berechnen zu können.



Die Abbildung zeigt das Schaubild der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+1$. Ihre 1. Ableitungsunktion ist $f'(x)=x^3-4x$.

Die Abbildung enthält 7 Kurvenpunkte samt Tangenten.

Wir wollen die Tangentensteigungen ermitteln.

Zuerst wählt man Punkte **mit waagrechter Tangente**.

Das sind hier die Tiefpunkte $T_1(2\,|\,-3)$ und $T_2(-2\,|\,-3)$

sowie der Hochpunkt $H(0\,|\,1)$.

Für sie gilt: $f'(\pm 2)=0$ und $f'(0)=0$.

Merke: $f'(a)=0$ bedeutet:

An der Stelle x = a hat das Schaubild vo[illegible] eine [illegible]agrechte Tangente.

Achtung: Die Formulierung: „An der Ste[illegible] = [illegible] *f eine w[illegible]agrechte [illegible]angente*" ist sachlich falsch, denn [illegible] Funktio[illegible] eine Zu[illegible] und die besitzt keine Tangente.

Im Punkt $A(-2{,}5\,|\,-1$[illegible] ist die Tan[illegible]entensteig[illegible] $f'(-2{,}5)=(-2{,}5)^3-4\cdot(-2{,}5)=-5{,}625$.

Negative T[illegible]entensteigu[illegible]bedeutet, dass [illegible]rt die Tangente fällt.

Im Punkt $C(-1{,}3\,|\,1{,}67)$ [illegible] Tangentenst[illegible]ung $f'(-1{,}3)\approx 3>0$:

[illegible]entenst[illegible]ng bed[illegible]t: Die Tangente in C steigt.

[illegible]n kann anschaulich [illegible] Abbildu[illegible]g entnehmen, dass man fallende Tangenten in diesen [illegible]ichen erhält: Links [illegible] -2 und zwischen 0 und zwei. Genauer beschreibt man das durch Anga[illegible] der zugehörige[illegible]ntervalle:

Die Tang[illegible]nsteig[illegible]en sind in den Intervallen $]-\infty\,;-2\,[$ und $]\,0\,;2\,[$ negativ. Und:
Die Tangente[illegible]ungen sind in den Intervallen $]-2\,;0\,[$ und $]\,2\,;\infty\,[$ positiv.

Es ist sofort einleuchtend, dass diese Formulieren gleichwertig sind:

Die Tangentensteigung ist negativ - Die Kurve fällt

Die Tangentensteigung ist positiv - Die Kurve steigt.

Funktionen beschreiben auch Zunahme und Abnahme von Werten, die man mit f berechnet. Dies ist eine so wichtige Eigenschaft, dass man dafür einen ganz wichtigen Begriff eingeführt hat: die **Monotonie**.

2. Monotonie

Eine Funktion **steigt streng monoton**, wenn mit zunehmendem x auch f(x) zunimmt.

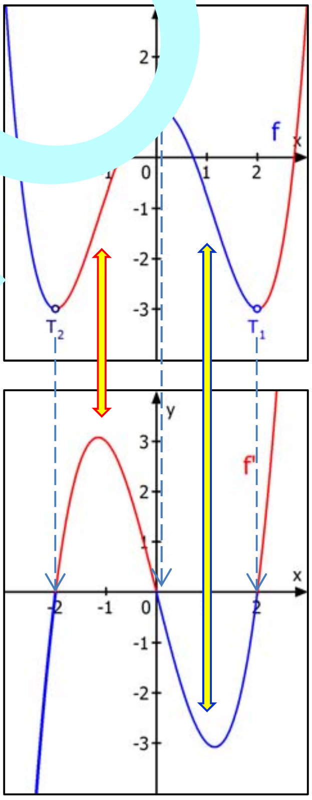
Dies kann man mit der 1. Ableitungsfunktion untersuchen.

> Wenn in einem Intervall $[a;b]$ gilt $f'(x) > 0$,
> dann steigt (wächst) f in diesem Intervall streng monoton.
>
> Wenn in einem Intervall $[a;b]$ gilt $f'(x) < 0$,
> dann fällt f in diesem Intervall streng monoton.

Hier gilt: In $]-\infty;-2[$ und $]0;2[$ ist $f'(x) < 0$, d.h. f nimmt stren

In $]-2;0[$ und $]2;\infty[$ ist $f'(x) > 0$, d.h. f nimmt str monoton zu.

Das alles schlägt sich im Schaubild von f' nieder:



Zunächst einmal sieht man, die die f'–Kurve die x-Ach neidet.
Die Nullstellen von f' sind -2, 0 und 2. In diesen Stellen $= 0$.
Das heißt, die Kurvenpunkte (im Schaubild von f) an diesen telle ben eine waagrechte Tangente: T_1, T_2 und H.
Dann sieht man, dass die f'–Kurve im Inte $]$ $2[$ unt alb der x-Achse verläuft (blau). Das heißt t hat f' tive W g dazu fällt das Schaubild K von f in d m Intervall.

Es gibt noch folgende Z menhänge:

In $]-2;0[$ verläuft f' obe b der chse (rot). Da heißt, in diesem Intervall gilt $f'(x) > 0$, also wa dort streng m on, das Schaubild K von f steigt a

In $]0$ verläuft die f'– e untern er x-Achse (blau). In diesem Interv also $f'(x) < 0$, als mmt f streng monoton ab, das Schaubild K von f fä o.

In $]2;\infty[$ ver die f' rve oberhalb der x-Achse (rot).
In diesem Intervall i $f'(x) > 0$, und f nimmt streng monoton zu,
das Schaubild K von f wächst also.

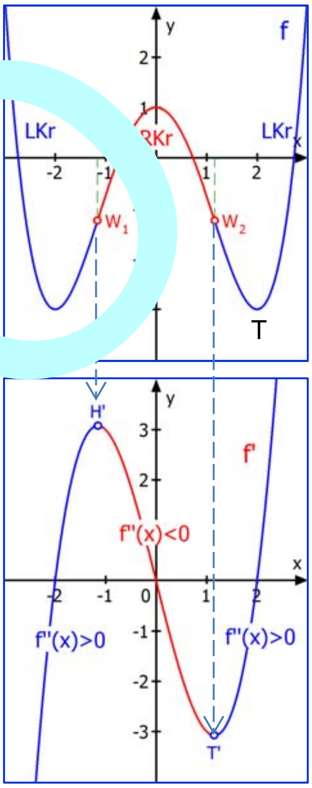
Ergebnis: Man kann also aus dem Verlauf der f'–Kurve (oberhalb / unterhalb der x-Achse) auf die Monotonie der Funktion f schließen.

3. Wendepunkte

Wendepunkte lassen zwei verschiedene Interpretationen zu, was davon abhängt, wie man das Schaubild interpretiert.

(1) Betrachtung des Schaubilds als Landkarte, in der der Graph von f als Weg dargestellt ist.

Nun benötigen wir unbedingt ein Fahrrad, damit wir ein Gefühl dafür bekommen, was beim Fahren längs dieses Weges passiert.



Wir beginnen links oben und fahren dem Weg entlang in x-Richtung. Um auf dem Weg zu bleiben, müssen wir anfänglich die Lenkung leicht nach links einschlagen. Wir fahren also eine langgezogene ***Linkskurve*** *(die in T_1 sehr eng ist). Nun erreichen wir den schon bekannten Punkt W_1. Dort endet die Linkskurve und der Weg geht in eine* ***Rechtskurve*** *über. Diese Rechtskurve endet in W_2 und geht ab dort wieder [illegible] eine Linkskurve über.*

Dort wo die Kurve die Krümmungsart wechselt, also am Übergang Linkskrümmung zu Rechtskrümmung (in W_1) [illegible] am Übergang von Rechtskrümmung zu Linkskrümmung (in W_2), finden sich Wendepunkte.

(2) Betrachtung der Kurve [illegible] Berg- und Talbahn.

Wir lassen nun eine Kugel von links oben herunterrollen. [illegible] der Ableitungsfunktion $f'(x)$ können wir berechnen, wie steil die Bahn gerade ist. Bis zu x = -2 erhält man negative Steigungswerte, denn die Kugel rollt den Berg hinab.

Ab dem Tiefpunkt beginnt sie den Berg hinaufzurollen. Die Steigung nimmt die ganze Zeit über zu, was [illegible] dadurch ausdrücken kann, dass $f''(x) > 0$ ist (Monotonie von f'). Dann kommt bei $x \approx -1{,}15$ [illegible] **Punkt W_1, in dem die Steigung am größten ist.** Das erkennt man wunderbar im Schaubild der [illegible] Kurve: f' [illegible] ***an dieser Stelle einen Maximalwert.***

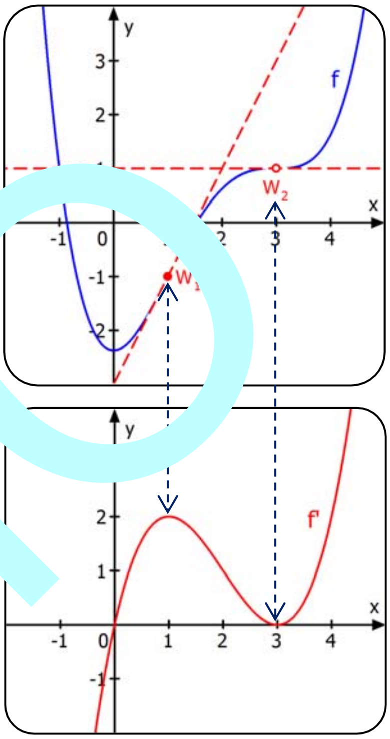
Rechts von W_1 nimmt die Steigung wieder ab ($f''(x) < 0$), bleibt aber bis zum Hochpunkt (bei x = 0) positiv. Das entspricht auch dem, was man auf der Berg- und Talbahn „erlebt“: Hinter W_1 wird es weniger steil und die Bahn wird flacher, bis sie am Hochpunkt einen Moment lang waagrecht ist (im Kurvenhochpunkt gibt es ja eine waagrechte Tangente).

Für x > 0 geht es wieder abwärts: Das Gefälle nimmt zu (die negativen Steigungen nehmen - absolut gesehen - zu), bis die Steigung am Punkt W_2 bei $x \approx 1{,}15$ minimal ist. Dieses „minimal“ bedeutet kleinste negative Zahl (= Minimum von f', Tiefpunkt T' der $f'-$Kurve), was dem **größten Gefälle** entspricht. (Würde man sich von rechts her W_2 nähern, könnte man sagen: Bei W_2 ist die Bahn also am steilsten.) Danach nimmt das Gefälle wieder ab. Die Steigungen nehmen wieder zu (von -3 aus) und erreichen im Kurventiefpunkt T den Wert 0. Ab da geht es nur noch aufwärts …

Zusammenfassung: Wendepunkte haben zwei Eigenschaften

1. In einem Wendepunkt ändert sich die <u>Krümmung</u> der Kurve von Links- nach Rechtskrümmung oder umgekehrt.
2. In einem Wendepunkt hat die Kurve <u>maximale Steigung</u> bzw. maximales Gefälle.

4. Ganz interessant sind die Terrassenpunkte



Nebenstehende Abbildung zeigt das Schaubild K der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{19}{8}$ und darunter das ihrer Ableitungsfunktion. Ich habe die beiden Wendepunkte von K eingezeichnet.

Betrachten wir zuerst den Wendepunkt $W_1(1|-1)$.
Nähert man sich von links her diesem Punkt entlang der Kurve K, dann hat man Linkskrümmung, was zunehmende Steigung bedeutet. Dies erkennt man am Schaubild von f':

Für x < 0 ist $f'(x) < 0$, d. h. K fällt (obere Abb.).
Für $0 < x < 3$ ist $f'(x) > 0$: K steigt [illegible] Tiefpunkt bis zum $W_2(3|1)$. Allerding auf unterschiedliche Weise.

Von 0 bis 1 steigt die $f'-$Kurve, denn $f'(x)$ zunimmt, dann hat man Linkskrümmung. Ab W_1 (d. h. von x = 1 bis 3) nimmt $f'(x)$ wieder ab, was für K Rechtskrümmung bedeutet. Wir erkennen also auch daran die Eigenschaft von W_1 als Wendepunkt.

Außerdem be[illegible] <u>die zweite Eigenschaft</u> [illegible] hat an der Wendestelle $x_1 = 1$ maximaler Steigung (erkennbar am Hochpunkt der $f'-$Kurve).

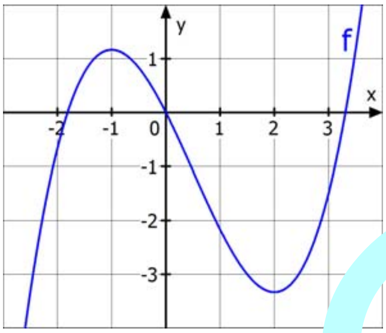
Jetzt wird es spannend: Diese Rechtskrümmung hält an bis zum nächsten Wendepunkt W_2, ab dem Linkskrümmung vorhanden ist. Außerdem hat die Ableitungsfunktion f' an der Wendestelle $x_2 = 3$ minimale Steigung (Tiefpunkt der $f'-$Kurve). Aber diese Tiefpunkt weist eine Besonderheit auf: Er ist zugleich Berührpunkt mit der x-Achse. **Das bedeutet, dass $f'(x)$ an der Wendestelle 3 keinen Vorzeichenwechsel macht:** Links und rechts von W_1 steigt die Kurve, an der Wendestelle selbst ist die Tangentensteigung $f'(3) = 0$.

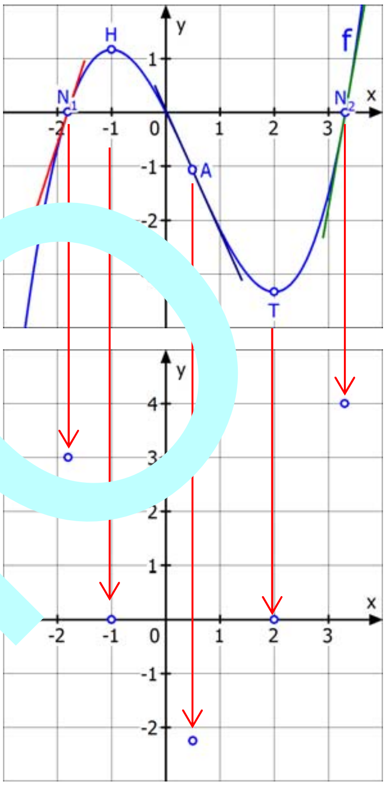
W_2 ist also ein **Wendepunkt mit waagrechter Tangente** und heißt daher **Terrassenpunkt.**

Grundaufgabe 1: Manuelle Erzeugung des Schaubilds von f'

Beispiel 1:

Gegeben ist die Funktion f durch ihr Schaubild.
Skizziere den Verkauf der zugehörenden Ableitungsfunktion.





Im ersten Schritt markiert man einige Punkte, an denen kurze Tangentenstrecken einzeichnet sind, um deren Steigung abzulesen.

Im Hochpunkt und im Tiefpunkt hat man ja waagrechte Tangenten,

also weiß man: $f'(-1)=0$

und $f'(2)=0$

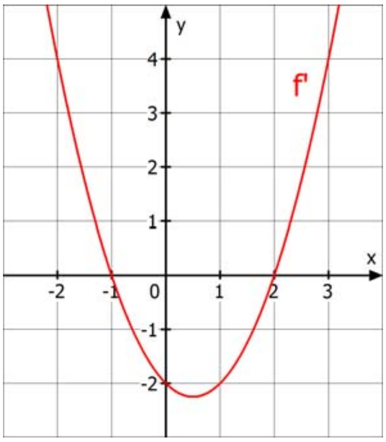
Also kennen wir zwei Punkte der $f'-\text{Kurve}:$ $(-1|0)$ und $(2|0)$

An den Punkten N_1, A und N_3 wurde (z. B. mit Hilfe kleiner Steigungs-dreiecke) herausgefunden:

$$f'(-1{,}8)\approx 3\,,\quad f'(0{,}5)\approx -2{,}3 \quad \text{und} \quad f'(2{,}3)\approx 4\,.$$

Diese Werte trägt man als Punkte in ein neues Koordinatensystem ab:

$$(-1{,}8\,|\,3),\ (0{,}5\,|\,-2{,}3) \quad \text{und} \quad (2{,}3\,|\,4)$$



Dann kann man diese Punkte verbinden und erhält eine Skizze der $f'-\text{Kurve}$.

Die exakte Kurve sieht so aus:

Hinweis.

Die Gleichung der Funktion lautet: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x$

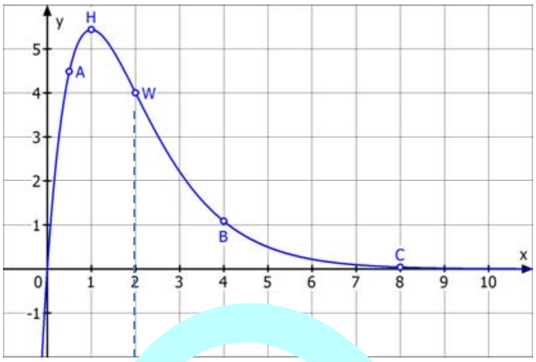
mit $f'(x)=x^2-x-2$

Beispiel 2:

Gegeben ist die Funktion f durch ihr Schaubild.
Skizziere den Verkauf der zugehörenden Ableitungsfunktion.

Man liest ab (Schätzwerte):

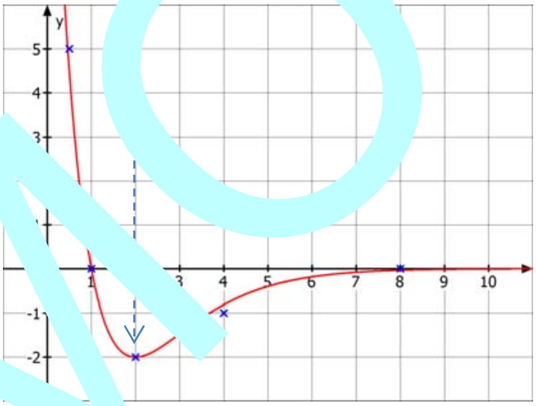
$f'(0,5) \approx 5$
$f'(1) = 0$
$f'(2) = -2$
$f'(4) \approx -1$
$f'(8) \approx 0$



Aus diesen Steigungswerten macht man Punkte für die $f'-$Kurve.

Wichtig ist es, den Wendepunkt zu erahnen.

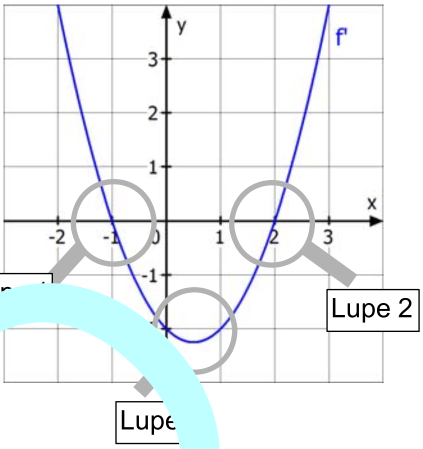
Vom Ursprung aus hat man Rechtskurve bis etwa x = 2. Dann folgt Linkskrümmung. Also könnte man x = 2 als Wendestelle vermuten. Dort hat die Kurve ihr stärkstes Gefälle, also wird die $f'-$Kurve dort einen Tiefpunkt haben.



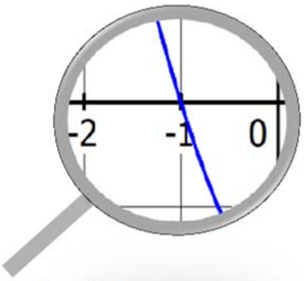
Grundaufgabe 2: Was kann man aus dem Schaubild von f‘ herauslesen?

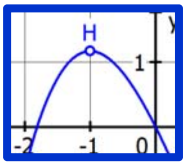
Dieser Abschnitt ist das Ziel dieses Textes!

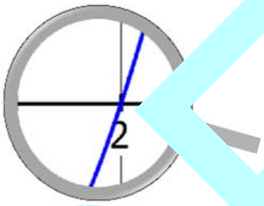
(1) Analyse des Schaubilds der Ableitungsfunktion f':

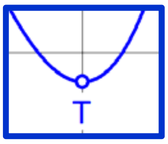


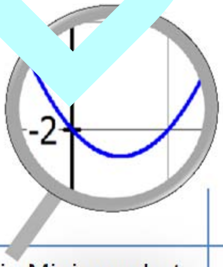
Die gegebene f'–Kurve schneidet die x-Achse zweimal und hat einen Tiefpunkt. Um diese drei Punkte habe ich kleine Kreise gezeichnet. Sie sollen Lupen darstellen, die uns nun helfen, wichtige Fakten herauszufinden.

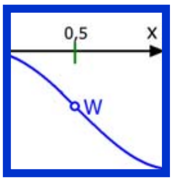


Lupe 1 zeigt,	d. h. (Interpretation[illegible]	Folgerung:
dass $f'(-1)=0$ ist	K hat bei x = -1 eine w[illegible]grec[illegible]Tangente	K hat bei x = -1 einen Hochpunkt 
dass links von -1 $f'(x)>0$ ist	K s[illegible]on -1	
dass rechts von -1 $f'(x)<0$ ist	K fällt [illegible]s vo[illegible]	



Lupe 2 zeigt	d. h.	Folgerung:
dass f'[illegible]$=0$ ist	[illegible]bei x = 2 eine waagrechte Tangente	K hat bei x = 2 einen Tiefpunkt 
dass [illegible] von 2 $f'(x)<0$ is[illegible]	K fällt links von 2	
dass rec[illegible]on 2 $f'(x)>0$ is[illegible]	K steigt rechts von 2	



Lupe 3 zeigt,	d. h.	Folgerung:
dass f' bei 0,5 ein Minimum hat.	K hat bei x = 0,5 einen Wendepunkt	K hat bei x = 0,5 einen Wendepunkt 
dass links von 0,5 f' abnimmt	K hat links von 0,5 Rechtskrümmung	
dass rechts von 0,5 f' zunimmt	K hat rechts von 0,5 Linkskrümmung.	

Wie sieht nun das Schaubild von f aus?

Zuerst eine Überlegung:

> Da beim Ableiten einer Funktion das Absolutglied verloren geht, kann man rückwärts (beim Schluss von f' auf f) die Lage der f-Kurve nicht bestimmen, sondern nur ihre Form.

Beispiel: Die Abbildung zeigt die Schaubilder der Funktionen $f_t(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + t$ mit $t \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Alle diese Funktionen haben dieselbe Ableitungsfunktion:

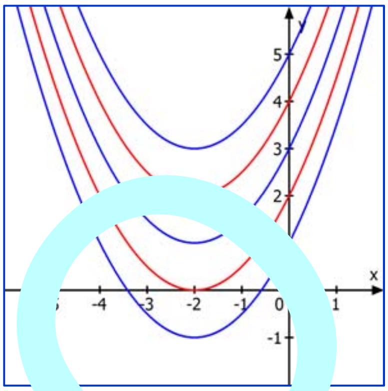
$$f'(x) = x + 2.$$

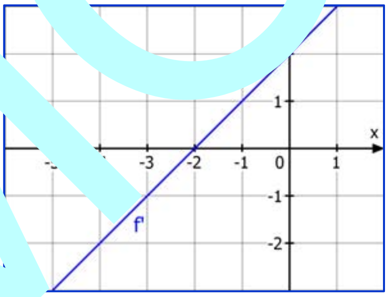
Man kann aus $f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -2$ schließen, dass das Schaubild K von f bei x = -2 einen Extrempunkt haben muss. Weil links von -2 $f'(x) < 0$ ist und rechts davon gilt $f'(x) > 0$, muss bei x = -2 ein Tiefpunkt liegen.

Die y-Koordinate ist aber nicht erschließbar.

Und die Abbildung zeigt hier gleich fünf passende Kurven.

Es gibt beliebig viele dazu …





Für das **Beispiel auf der ...te zuvor** ha... wir herausg...nden:

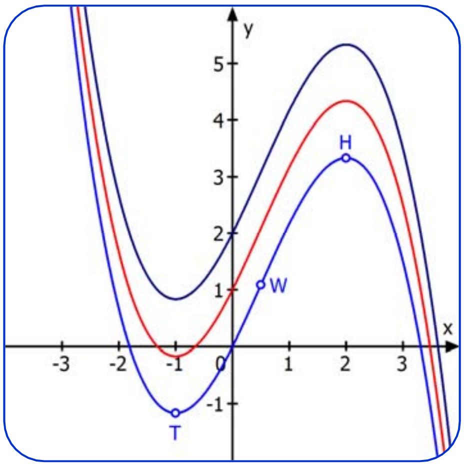
Hochpunkt bei -1, ...unkt b... = 2, Wendepunkt bei x = 0,5.

Außerdem kann man folgern:

Da f' offenb... ...rationale ...ktion 2. ...des ist, muss f d... ...rad 3 haben.

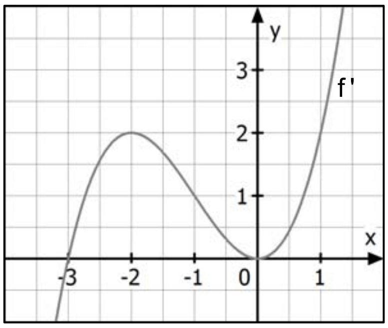
Die A... ...dung zeigt drei Scha... ...lder, die diese Bedingu... ...n erfüllen. Man ka... beliebig viele weitere als „richtig" ane... ...nen.

Für eine genaue ...bbild... müsste man eine Zusatzangabe habe...



Übrigens lautet die Gleichung der Kurvenschar

$$y = f_d(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x + d$$



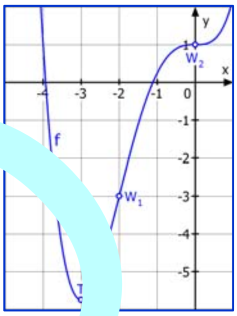
(2) Analyse des Schaubilds der Ableitungsfunktion `f'`:

Schnelldenker sollten diese Fakten erkennen:

An der Stelle x = -3 hat das Schaubild K von f einen Tiefpunkt.

An der Stelle x = -2 hat K einen Wendepunkt, an dem K von Linkskrümmung in Rechtskrümmung übergeht.

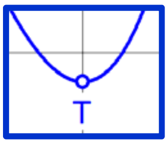
An der Stelle x = 0 hat K einen Terrassenpunkt, also einen Wendepunkt mit waagrechter Tangente, an dem K von Rechtskrümmung in Linkskrümmung übergeht.



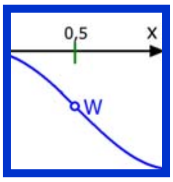
Hinweis: So sieht das ***Schaubild von f*** [illegible]

Hier die ausführliche Begründung dazu:

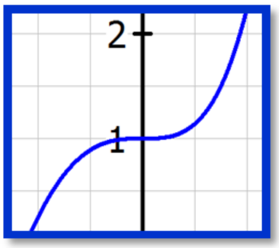
Lupe 1 zeigt,	d. h.	Folgerung:
dass $f'(-3) = 0$ ist	K hat bei x = -3 eine waagrechte Tangente	K hat bei x = -3 einen Tiefpunkt
dass links von -3 $f'(x) < 0$ ist	K fällt links von -3	
dass rechts von -3 $f'(x) > 0$ ist	K [illegible]ts von -3	



Lupe 2 zeigt,	d. h.	Folgerung:
dass f' bei -2 ein Maximum hat	K hat bei x = -2 einen Wendepunkt	K hat bei x = -2 einen Wendepunkt
dass f' links von -2 zunimmt	K hat links von -2 Linkskrümmung	
dass f' rechts von -2 abnimmt	K hat rechts von -2 Rechtskrümmung.	

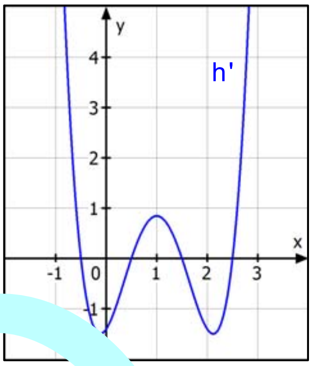


Lupe 2 zeigt,	d. h.	Folgerung:
dass $f'(0) = 0$ ist	K hat bei x = 0 eine waagrechte Tangente	K hat bei x = 0 einen Terrassenpunkt
dass f' bei 0 ein Minimum hat	K hat bei x = 2 einen Wendepunkt	
dass f' links von 0 abnimmt	K hat links von -2 Rechtskrümmung	
dass f' rechts von 0 zunimmt	K hat links von -2 Linkskrümmung	



(3) Überprüfung von Aussagen zur Funktion f – Interpretation von f':

Beispiel 1



Nebenstehende Abbildung zeigt das Schaubild $K_{h'}$ der Ableitungsfunktion h′ einer Funktion h. Begründen Sie, ob folgende Aussagen über das Schaubild K_h von h wahr oder falsch sind.

a) K_h besitzt Tangenten mit der Steigung 2.

b) Im Schnittpunkt mit der y-Achse hat das Schaubild K_h einen Hochpunkt.

c) Das Schaubild K_h hat an der Stelle x = 1 einen Wendepunkt.

d) h steigt streng monoton im Bereich $0 < x < 1$

e) Das Schaubild K_h hat an der Stelle x = 1,5 Rechtskrümmung

f) f kann bis zu 5 Nullstellen haben.

Lösung:

a) Diese Aussage ist <u>wahr</u>, denn es gibt zwei Stellen, a[illegible] dene[illegible] $(x) = 2$ ist. Zeichnet man die Gerade y = 2 ein, schneidet diese d[illegible] Kurve bei x [illegible] 0,7 u[illegible] $\approx 2,7$. Das sind dann die x-Koordinaten de[illegible] diese[illegible]angente[illegible] an K_h.

b) Der Schnittpunkt mit der y[illegible]se liegt bei [illegible]. Aus d[illegible]dung liest man ab: $h'(0) = -1,3$ Das ist die Tangenten[illegible]gung in diesem Sch[illegible]nkt. Die Tangente ist also schräg, so dass dort kein Hochpun[illegible]orliegen kan[illegible]e notwendi[illegible]edingung ist $h'(0) = 0$. <u>Falsch</u>!

c) Die $h'-$Kurve hat be[illegible] 1 e[illegible] Hochpunkt. [illegible]o hat K bei x = 1 maximale Steigung. Dies ist ein Merkmal von [illegible]depunkten. Link[illegible] 1 nim[illegible] zu. Da[illegible]deut[illegible]nkskrümmung für K_h. Rechts von 1 nimmt h' ab, [illegible] Rechtskrümmun[illegible]deutet. [illegible] ist auch auf diese Weise der Wendepunkt nachgewiesen.

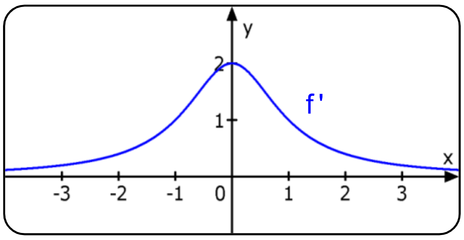
d) [illegible] h im Intervall $]0$ [illegible] streng monoton steigt, muss in diesem Intervall $f'(x) > 0$ sein. Das [illegible]ber nicht der F[illegible] denn zwischen 0 und 0,5 ist $f'(x) < 0$. <u>Falsche Aussage</u>!

Wer hier [illegible] wahr[illegible]ussage zu erkennen geglaubt hat, könnte sich im Schaubild von f' getäuscht hab[illegible] Denn f‘ wächst in $]0;1[$ streng monoton. Das bedeutet aber, dass in diesem Intervall die Steigung von K zunimmt, was Linkskrümmung von K bedeutet und keine Monotonieaussage zulässt.

e) An der Stelle x = 1,5 fällt die $f'-$Kurve, d.h. es ist $f''(1,5) < 0$. Wenn die Steigung abnimmt, liegt Rechtskrümmung vor: <u>Wahre Aussage</u>.

f) Da f' vier Nullstellen hat, besitzt K vier Extrempunkte. Dies ist bei einer Funktion 5. Grades möglich, also kann f (je nach Absolutglied, also Verschiebung in y-Richtung) 1 bis 5 Nullstellen haben.

Beispiel 2



Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f. Welche der folgenden Aussagen über die Funktion f sind wahr, falsch oder unentscheidbar? Begründen Sie Ihre Antworten.

(1) f ist streng monoton wachsend für $-3 < x < 3$.
(2) Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.
(3) Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y-Achse.
(4) Es gilt $f(x) > 0$ für alle $x \in [-3;3]$.

Lösung:

Das Schaubild von f sei K, das von f' sei K'.

1. Behauptung: f ist streng monoton wachsend für $-3 < x < 3$.
Dies ist richtig, denn man erkennt, dass für $-$ [illegible] $x < 3$ gilt: $f'(x) > 0$.

2. Behauptung: Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.
Dies ist richtig, denn K' [illegible] einen Extrempunkt bei x = 0. Man liest ab:

1. Dort hat K' eine waagrechte Tangente, d. [illegible] 1. Ableitung von f' wird dort 0, also $f''(0) = 0$.
2. Für $-3 < x < 0$ steigt K', also hat die [illegible] Ableitung von f' dort positive Werte: $f''(x) > 0$. Für K bedeutet dies Linkskrümmung.
3. Für $0 < x$ [illegible] K', also hat die 1. Ableitung von f' dort negative Werte: [illegible] < 0. F[illegible] bedeutet dies Rechtskrümmung.

Also h[illegible] bei x = [illegible] Wendepunkt.

3. Behauptung: Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y-Achse.
Dies ist falsch. Spiegelt man einen Kurvenbogen mit Rechtskrümmung an der y-Achse, dann ändert sich die Krümmung nicht, d. h. das Spiegelbild hat auch [illegible]krümmung. (Siehe die Parabel y = x^2, die links und rechts der y-Achse Linkskrümmung hat.) Durch den Wendepunkt auf der y-Achse ändert sich aber die Krümmung an der y-Achse.

4. Behauptung: Es gilt $f(x) > 0$ für alle $x \in [-3;3]$.
Das ist nicht entscheidbar, weil bei der Berechnung der Stammfunktion die Integrationskonstante + C eine Verschiebung in y-Richtung bewirkt, die das Vorzeichen ändern kann.

Beispiel 3

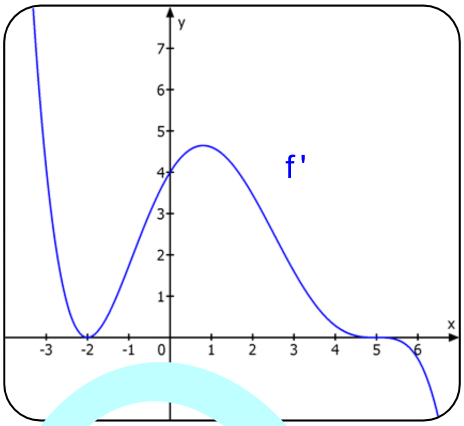
Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.
Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.

(1) Das Schaubild von f hat bei x = -2 einen Tiefpunkt.

(2) Das Schaubild von f hat für $-2 \le x \le 6$ genau zwei Wendepunkte.

(3) Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y-Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.

(4) $f(0) > f(5)$



Lösung:

auf CD